

2、中国数学史

数学是中国古代科学中一门重要的学科,根据中国古代数学发展的特点,可以分为五个时期:萌芽;体系的形成;发展;繁荣和中西方数学的融合。

中国古代数学的萌芽

原始公社末期,私有制和货物交换产生以后,数与形的概念有了进一步的发展,仰韶文化时期出土的陶器,上面已刻有表示 1234 的符号。到原始公社末期,已开始用文字符号取代结绳记事了。

西安半坡出土的陶器有用 1~8 个圆点组成的等边三角形和分正方形为 100 个小正方形的图案,半坡遗址的房屋基址都是圆形和方形。为了画圆作方,确定平直,人们还创造了规、矩、准、绳等作图与测量工具。据《史记·夏本纪》记载,夏禹治水时已使用了这些工具。

商代中期,在甲骨文中已产生一套十进制数字和记数法,其中最大的数字为三万;与此同时,殷人用十个天干和十二个地支组成甲子、乙丑、丙寅、丁卯等 60 个名称来记 60 天的日期;在周代,又把以前用阴、阳符号构成的八卦表示八种事物发展为六十四卦,表示 64 种事物。

公元前一世纪的《周髀算经》提到西周初期用矩测量高、深、广、远的方法,并举出勾股形的勾三、股四、弦五以及环矩可以为圆等例子。《礼记·内则》篇提到西周贵族子弟从九岁开始便要学习数目和记数方法,他们要受礼、乐、射、驭、书、数的训练,作为“六艺”之一的数已经开始成为专门的课程。

春秋战国之际,筹算已得到普遍的应用,筹算记数法已使用十进位值制,这种记数法对世界数学的发展是有划时代意义的。这个时期的测量数学在生产上有了广泛应用,在数学上亦有相应的提高。

战国时期的百家争鸣也促进了数学的发展,尤其是对于正名和一些命题的争论直接与数学有关。名家认为经过抽象以后的名词概念与它们原来的实体不同,他们提出“矩不方,规不可以为圆”,把“大一”(无穷大)定义为“至大无外”,“小一”(无穷小)定义为“至小无内”。还提出了“一尺之棰,日取其半,万世不竭”等命题。

而墨家则认为名来源于物,名可以从不同方面和不同深度反映物。墨家给出一些数学定义。例如圆、方、平、直、次(相切)、端(点)等等。

墨家不同意“一尺之棰”的命题,提出一个“非半”的命题来进行反驳:将一线段按一半一半地无限分割下去,就必将出现一个不能再分割的“非半”,这个“非半”就是点。

名家的命题论述了有限长度可分割成一个无穷序列,墨家的命题则指出了这种无限分割的变化和结果。名家和墨家的数学定义和数学命题的讨论,对中

国古代数学理论的发展是很有意义的。

中国古代数学体系的形成

秦汉是封建社会的上升时期, 经济和文化均得到迅速发展。中国古代数学体系正是形成于这个时期, 它的主要标志是算术已成为一个专门的学科, 以及以《九章算术》为代表的数学著作的出现。

《九章算术》是战国、秦、汉封建社会创立并巩固时期数学发展的总结, 就其数学成就来说, 堪称是世界数学名著。例如分数四则运算、今有术(西方称三率法)、开平方与开立方(包括二次方程数值解法)、盈不足术(西方称双设法)、各种面积和体积公式、线性方程组解法、正负数运算的加减法则、勾股形解法(特别是勾股定理和求勾股数的方法)等, 水平都是很高的。其中方程组解法和正负数加减法则在世界数学发展上是遥遥领先的。就其特点来说, 它形成了一个以筹算为中心、与古希腊数学完全不同的独立体系。

《九章算术》有几个显著的特点: 采用按类分章的数学问题集的形式; 算式都是从筹算记数法发展起来的; 以算术、代数为主, 很少涉及图形性质; 重视应用, 缺乏理论阐述等。

这些特点是同当时社会条件与学术思想密切相关的。秦汉时期, 一切科学技术都要为当时确立和巩固封建制度, 以及发展社会生产服务, 强调数学的应用性。最后成书于东汉初年的《九章算术》, 排除了战国时期在百家争鸣中出现的名家和墨家重视名词定义与逻辑的讨论, 偏重于与当时生产、生活密切结合的数学问题及其解法, 这与当时社会的发展情况是完全一致的。

《九章算术》在隋唐时期曾传到朝鲜、日本, 并成为这些国家当时的数学教科书。它的一些成就如十进位值制、今有术、盈不足术等还传到印度和阿拉伯, 并通过印度、阿拉伯传到欧洲, 促进了世界数学的发展。

中国古代数学的发展

魏、晋时期出现的玄学, 不为汉儒经学束缚, 思想比较活跃; 它诘辩求胜, 又能运用逻辑思维, 分析义理, 这些都有利于数学从理论上加以提高。吴国赵爽注《周髀算经》, 汉末魏初徐岳撰《九章算术》注, 魏末晋初刘徽撰《九章算术》注、《九章重差图》都是出现在这个时期。赵爽与刘徽的工作

赵爽是中国古代对数学定理和公式进行证明与推导的最早的数学家之一。他在《周髀算经》书中补充的“勾股圆方图及注”和“日高图及注”是十分重要的数学文献。在“勾股圆方图及注”中他提出用弦图证明勾股定理和解勾股形的五个公式; 在“日高图及注”中, 他用图形面积证明汉代普遍应用的重差公式, 赵爽的工作是带有开创性的, 在中国古代数学发展中占有重要地位。

刘徽约与赵爽同时, 他继承和发展了战国时期名家和墨家的思想, 主张对一些数学名词特别是重要的数学概念给以严格的定义, 认为对数学知识必须进行“析理”, 才能使数学著作简明严密, 利于读者。他的《九章算术》注不仅是对《九章算术》的方法、公式和定理进行一般的解释和推导, 而且在论述的

过程中有很大的发展。刘徽创造割圆术,利用极限的思想证明圆的面积公式,并首次用理论的方法算得圆周率为 $157/50$ 和 $3927/1250$ 。

刘徽用无穷分割的方法证明了直角方锥与直角四面体的体积比恒为 $2:1$,解决了一般立体体积的关键问题。在证明方锥、圆柱、圆锥、圆台的体积时,刘徽为彻底解决球的体积提出了正确途径。东晋以后,中国长期处于战争和南北分裂的状态。祖冲之父子的的工作就是经济文化南移以后,南方数学发展的具有代表性的工作,他们在刘徽注《九章算术》的基础上,把传统数学大大向前推进了一步。他们的数学工作主要有:计算出圆周率在 $3.1415926\sim 3.1415927$ 之间;提出祖(日恒)原理;提出二次与三次方程的解法等。

据推测,祖冲之在刘徽割圆术的基础上,算出圆内接正 6144 边形和正 12288 边形的面积,从而得到了这个结果。他又用新的方法得到圆周率两个分数值,即约率 $22/7$ 和密率 $355/113$ 。祖冲之这一工作,使中国在圆周率计算方面,比西方领先约一千年之久;祖冲之之子祖(日恒)总结了刘徽的有关工作,提出“幂势既同则积不容异”,即等高的两立体,若其任意高处的水平截面积相等,则这两立体体积相等,这就是著名的祖(日恒)公理。祖(日恒)应用这个公理,解决了刘徽尚未解决的球体积公式。

隋炀帝好大喜功,大兴土木,客观上促进了数学的发展。唐初王孝通的《缉古算经》,主要讨论土木工程中计算土方、工程分工、验收以及仓库和地窖的计算问题,反映了这个时期数学的情况。王孝通在不用数学符号的情况下,立出数字三次方程,不仅解决了当时社会的需要,也为后来天元术的建立打下基础。此外,对传统的勾股形解法,王孝通也是用数字三次方程解决的。

唐初封建统治者继承隋制,656年在国子监设立算学馆,设有算学博士和助教,学生30人。由太史令李淳风等编纂注释《算经十书》,作为算学馆学生用的课本,明算科考试亦以这些算书为准。李淳风等编纂的《算经十书》,对保存数学经典著作、为数学研究提供文献资料方面是很有意义的。他们给《周髀算经》、《九章算术》以及《海岛算经》所作的注解,对读者是有帮助的。隋唐时期,由于历法的需要,天算学家创立了二次函数的内插法,丰富了中国古代数学的内容。

算筹是中国古代的主要计算工具,它具有简单、形象、具体等优点,但也存在布筹占用面积大,运筹速度加快时容易摆弄不正而造成错误等缺点,因此很早就开始进行改革。其中太乙算、两仪算、三才算和珠算都是用珠的槽算盘,在技术上是重要的改革。尤其是“珠算”,它继承了筹算五升十进与位值制的优点,又克服了筹算纵横记数与置筹不便的缺点,优越性十分明显。但由于当时乘除算法仍然不能在一个横列中进行。算珠还没有穿档,携带不方便,因此仍没有普遍应用。

唐中期以后,商业繁荣,数字计算增多,迫切要求改革计算方法,从《新唐书》等文献留下来的算书书目,可以看出这次算法改革主要是简化乘、除算法,唐代的算法改革使乘除法可以在一个横列中进行运算,它既适用于筹算,也适用于珠算。

中国古代数学的繁荣

960年,北宋王朝的建立结束了五代十国割据的局面。北宋的农业、手工业、商业空前繁荣,科学技术突飞猛进,火药、指南针、印刷术三大发明就是在这种经济高涨的情况下得到广泛应用。1084年秘书省第一次印刷出版了《算经十书》,1213年鲍擗之又进行翻刻。这些都为数学发展创造了良好的条件。

从11~14世纪约300年期间,出现了一批著名的数学家和数学著作,如贾宪的《黄帝九章算法细草》,刘益的《议古根源》,秦九韶的《数书九章》,李冶的《测圆海镜》和《益古演段》,杨辉的《详解九章算法》《日用算法》和《杨辉算法》,朱世杰的《算学启蒙》《四元玉鉴》等,很多领域都达到古代数学的高峰,其中一些成就也是当时世界数学的高峰

从开平方、开立方到四次以上的开方,在认识上是一个飞跃,实现这个飞跃的就是贾宪。杨辉在《九章算法纂类》中载有贾宪“增乘开平方法”、“增乘开立方法”;在《详解九章算法》中载有贾宪的“开方作法本源”图、“增乘方法求廉草”和用增乘开方法开四次方的例子。根据这些记录可以确定贾宪已发现二项系数表,创造了增乘开方法。这两项成就对整个宋元数学发生重大的影响,其中贾宪三角比西方的帕斯卡三角形早提出600多年。

把增乘开方法推广到数字高次方程(包括系数为负的情形)解法的是刘益。

《杨辉算法》中“田亩比类乘除捷法”卷,介绍了原书中22个二次方程和1个四次方程,后者是用增乘开方法解三次以上的高次方程的最早例子。

秦九韶是高次方程解法的集大成者,他在《数书九章》中收集了21个用增乘开方法解高次方程(最高次数为10)的问题。为了适应增乘开方法的计算程序,秦九韶把常数项规定为负数,把高次方程解法分成各种类型。当方程的根为非整数时,秦九韶采取继续求根的小数,或用减根变换方程各次幂的系数之和为分母,常数为分子来表示根的非整数部分,这是《九章算术》和刘徽注处理无理数方法的发展。在求根的第二位数时,

秦九韶还提出以一次项系数除常数项为根的第二位数的试除法,这比西方最早的霍纳方法早500多年。元代天文学家王恂、郭守敬等在《授时历》中解决了三次函数的内插值问题。秦九韶在“缀术推星”题、朱世杰在《四元玉鉴》“如象招数”题都提到内插法(他们称为招差术),朱世杰得到一个四次函数的内插公式。

用天元(相当于 x)作为未知数符号,立出高次方程,古代称为天元术,这是中国数学史上首次引入符号,并用符号运算来解决建立高次方程的问题。现存最早的天元术著作是李冶的《测圆海镜》。从天元术推广到二元、三元和四元的高次联立方程组,是宋元数学家的又一项杰出的创造留传至今,并对这一杰出创造进行系统论述的是朱世杰的《四元玉鉴》。

朱世杰的四元高次联立方程组表示法是在天元术的基础上发展起来的,他把常数放在中央,四元的各次幂放在上、下、左、右四个方向上,其他各项放在四个象限中。朱世杰的最大贡献是提出四元消元法,其方法是先择一元为未

知数,其他元组成的多项式作为这未知数的系数,列成若干个一元高次方程式,然后应用互乘相消法逐步消去这一未知数。重复这一步骤便可消去其他未知数,最后用增乘开方法求解。这是线性方法组解法的重大发展,比西方同类方法早400多年。勾股形解法在宋元时期有新的发展,朱世杰在《算学启蒙》卷下提出已知勾弦和、股弦和求解勾股形的方法,补充了《九章算术》的不足。李冶在《测圆海镜》对勾股容圆问题进行了详细的研究,得到九个容圆公式,大大丰富了中国古代几何学的内容。

已知黄道与赤道的夹角和太阳从冬至点向春分点运行的黄经余弧,求赤经余弧和赤纬度数,是一个解球面直角三角形的问题,传统历法都是用内插法进行计算。元代王恂、郭守敬等则用传统的勾股形解法、沈括用会圆术和天元术解决了这个问题。不过他们得到的是一个近似公式,结果不够精确。但他们的整个推算步骤是正确无误的,从数学意义上讲,这个方法开辟了通往球面三角法的途径。中国古代计算技术改革的高潮也是出现在宋元时期。宋元明的历史文献中载有大量这个时期的实用算术书目,其数量远比唐代为多,改革的主要内容仍是乘除法。与算法改革的同时,穿珠算盘在北宋可能已出现。但如果把现代珠算看成是既有穿珠算盘,又有一套完善的算法和口诀,那么应该说它最后完成于元代。

宋元数学的繁荣,是社会经济发展和科学技术发展的必然结果,是传统数学发展的必然结果。此外,数学家们的科学思想与数学思想也是十分重要的。宋元数学家都在不同程度上反对理学家的象数神秘主义。秦九韶虽曾主张数学与道学同出一源,但他后来认识到,“通神明”的数学是不存在的,只有“经世务类万物”的数学;莫若在《四元玉鉴》序文中提出的“用假象真,以虚问实”则代表了高度抽象思维的思想方法;杨辉对纵横图结构进行研究,揭示出洛书的本质,有力地批判了象数神秘主义。所有这些,无疑是促进数学发展的重要因素。

中西方数学的融合

中国从明代开始进入了封建社会的晚期,封建统治者实行极权统治,宣传唯心主义哲学,施行八股考试制度。在这种情况下,除珠算外,数学发展逐渐衰落。

16世纪末以后,西方初等数学陆续传入中国,使中国数学研究出现一个中西融合贯通的局面;鸦片战争以后,近代数学开始传入中国,中国数学便转入一个以学习西方数学为主的时期;到19世纪末20世纪初,近代数学研究才真正开始。

从明初到明中叶,商品经济有所发展,和这种商业发展相适应的是珠算的普及。明初《魁本对相四言杂字》和《鲁班木经》的出现,说明珠算已十分流行。前者是儿童看图识字的课本,后者把算盘作为家庭必需用品列入一般的木器家具手册中。随着珠算的普及,珠算算法和口诀也逐渐趋于完善。例如王文素和程大位增加并改善撞归、起一口诀;徐心鲁和程大位增添加、减口诀并在

除法中广泛应用归除,从而实现了珠算四则运算的全部口诀化;朱载堉和程大位把筹算开平方和开立方的方法应用到珠算,程大位用珠算解数字二次、三次方程等等。程大位的著作在国内外流传很广,影响很大。

1582年,意大利传教士利玛窦到中国,1607年以后,他先后与徐光启翻译了《几何原本》前六卷、《测量法义》一卷,与李之藻编译《圜容较义》和《同文算指》。1629年,徐光启被礼部任命督修历法,在他主持下,编译《崇祯历书》137卷。《崇祯历书》主要是介绍欧洲天文学家第谷的地心学说。作为这一学说的数学基础,希腊的几何学,欧洲玉山若干的三角学,以及纳皮尔算筹、伽利略比例规等计算工具也同时介绍进来。

在传入的数学中,影响最大的是《几何原本》。《几何原本》是中国第一部数学翻译著作,绝大部分数学名词都是首创,其中许多至今仍在沿用。徐光启认为对它“不必疑”、“不必改”,“举世无一人不当学”。《几何原本》是明清两代数学家必读的数学书,对他们的研究工作颇有影响。

其次应用最广的是三角学,介绍西方三角学的著作有《大测》《割圆八线表》和《测量全义》。《大测》主要说明三角八线(正弦、余弦、正切、余切、正割、余割、正矢、余矢)的性质,造表方法和用表方法。《测量全义》除增加一些《大测》所缺的平面三角外,比较重要的是积化和差公式和球面三角。所有这些,在当时历法工作中都是随译随用的。

1646年,波兰传教士穆尼阁来华,跟随他学习西方科学的有薛凤柞、方中通等。穆尼阁去世后,薛凤柞据其所学,编成《历学会通》,想把中法西法融会贯通起来。《历学会通》中的数学内容主要有《比例对数表》《比例四线新表》和《三角算法》。前两书是介绍英国数学家纳皮尔和布里格斯发明增修的对数。后一书除《崇祯历书》介绍的球面三角外,尚有半角公式、半弧公式、德氏比例式、纳氏比例式等。方中通所著《数度衍》对对数理论进行解释。对数的传入是十分重要,它在历法计算中立即就得到应用。

清初学者研究中西数学有心得而著书传世的很多,影响较大的有王锡阐《图解》、梅文鼎《梅氏丛书辑要》(其中数学著作13种共40卷)、年希尧《视学》等。梅文鼎是集中西数学之大成者。他对传统数学中的线性方程组解法、勾股形解法和高次幂求正根方法等方面进行整理和研究,使濒于枯萎的明代数学出现了生机。年希尧的《视学》是中国第一部介绍西方透视学的著作。

清康熙皇帝十分重视西方科学,他除了亲自学习天文数学外,还培养了一些人才和翻译了一些著作。1712年康熙皇帝命梅毂成任蒙养斋汇编官,会同陈厚耀、何国宗、明安图、杨道声等编纂天文算法书。1721年完成《律历渊源》100卷,以康熙“御定”的名义于1723年出版。其中《数理精蕴》主要由梅毂成负责,分上下两编,上编包括《几何原本》、《算法原本》,均译自法文著作;下编包括算术、代数、平面几何平面三角、立体几何等初等数学,附有素数表、对数表和三角函数表。由于它是一部比较全面的初等数学百科全书,并有康熙“御定”的名义,因此对当时数学研究有一定影响。

综上述可以看到,清代数学家对西方数学做了大量的会通工作,并取得

许多独创性的成果。这些成果，如和传统数学比较，是有进步的，但和同时代的西方比较则明显落后了。

雍正即位以后，对外闭关自守，导致西方科学停止输入中国，对内实行高压政策，致使一般学者既不能接触西方数学，又不敢过问经世致用之学，因而埋头于究治古籍。乾嘉年间逐渐形成一个以考据学为主的乾嘉学派。

随着《算经十书》与宋元数学著作的收集与注释，出现了一个研究传统数学的高潮。其中能突破旧有框框并有发明创造的有焦循、汪莱、李锐、李善兰等。他们的工作，和宋元时代的代数学比较是青出于蓝而胜于蓝的；和西方代数学比较，在时间上晚了一些，但这些成果是在没有受到西方近代数学的影响下独立得到的。

与传统数学研究出现高潮的同时，阮元与李锐等编写了一部天文数学家传记——《畴人传》，收集了从黄帝时期到嘉庆四年已故的天文学家和数学家 270 余人(其中有数学著作传世的不足 50 人)，和明末以来介绍西方天文数学的传教士 41 人。这部著作全由“掇拾史书，荃萃群籍，甄而录之”而成，收集的完全是第一手的原始资料，在学术界颇有影响。

1840 年鸦片战争以后，西方近代数学开始传入中国。首先是英人在上海设立墨海书馆，介绍西方数学。第二次鸦片战争后，曾国藩、李鸿章等官僚集团开展“洋务运动”，也主张介绍和学习西方数学，组织翻译了一批近代数学著作。

其中较重要的有李善兰与伟烈亚力翻译的《代数学》《代微积拾级》；华蘅芳与英人傅兰雅合译的《代数学》《微积溯源》《决疑数学》；邹立文与狄考文编译的《形学备旨》《代数备旨》《笔算数学》；谢洪赉与潘慎文合译的《代形合参》《八线备旨》等等。

《代微积拾级》是中国第一部微积分学译本；《代数学》是英国数学家德·摩根所著的符号代数学译本；《决疑数学》是第一部概率论译本。在这些译著中，创造了许多数学名词和术语，至今还在应用，但所用数学符号一般已被淘汰了。戊戌变法以后，各地兴办新法学校，上述一些著作便成为主要教科书。

在翻译西方数学著作的同时，中国学者也进行一些研究，写出一些著作，较重要的有李善兰的《尖锥变法解》《考数根法》；夏鸾翔的《洞方术图解》《致曲术》《致曲图解》等等，都是会通中西学术思想的研究成果。

由于输入的近代数学需要一个消化吸收的过程，加上清末统治者十分腐败，在太平天国运动的冲击下，在帝国主义列强的掠夺下，焦头烂额，无暇顾及数学研究。直到 1919 年五四运动以后，中国近代数学的研究才真正开始。