

6、十六、十七世纪数学

16、17 世纪的欧洲，漫长的中世纪已经结束，文艺复兴带来了人们的觉醒，束缚人们思想自由发展的烦琐哲学和神学的教条权威逐步被摧毁了。封建社会开始解体，代之而起的是资本主义社会，生产力大大解放。资本主义工场手工业的繁荣和向机器生产的过渡，促使技术科学和数学急速发展。

例如在航海方面，为了确定船只的位置，要求更加精密的天文观测。军事方面，弹道学成为研究的中心课题。准确时计的制造，运河的开凿，堤坝的修筑，行星的椭圆轨道理论等等，也都需要很多复杂的计算。古希腊以来的初等数学，已渐渐不能满足当时的需要了。

在科学史上，这一时期出现了许多重大的事件，向数学提出新的课题。首先是哥白尼提出地动说，使神学的重要理论支柱的地心说发生了根本的动摇。他的弟子雷蒂库斯见到当时天文观测日益精密，推算详细的三角函数表已成为刻不容缓的事，于是开始制作每隔 $10''$ 的正弦、正切及正割表。当时全凭手算，雷蒂库斯和他的助手勤奋工作达 12 年之久，直到死后才由他的弟子奥托完成。

16 世纪下半叶，丹麦天文学家第谷进行了大量精密的天文观测，在这个基础上，德国天文学家开普勒总结出行星运动的三大定律，导致后来牛顿万有引力的发现。

开普勒的《酒桶的新立体几何》将酒桶看作由无数的圆薄片累积而成，从而求出其体积。这是积分学的前驱工作。

意大利科学家伽利略主张自然科学研究必须进行系统的观察与实验，充分利用数学工具去探索大自然的奥秘。这些观点对科学（特别是物理和数学）的发展有巨大的影响。他的学生卡瓦列里创立了“不可分原理”。依靠这个原理他解决了许多现在可以用更严格的积分法解决的问题。“不可分”的思想萌芽于 1620 年，深受开普勒和伽利略的影响，是希腊欧多克索斯的穷竭法到牛顿、莱布尼茨微积分的过渡。

16 世纪的意大利，在代数方程论方面也取得了一系列的成就。塔塔利亚、卡尔达诺、费拉里、邦贝利等人相继发现和改进三次、四次方程的普遍解法，并第一次使用了虚数。

这是自希腊丢番图以来代数上的最大突破。法国的韦达集前人之大成，创设大量代数符号，用字母代表未知数，改良计算方法，使代数学大为改观。

在数字计算方面，斯蒂文系统地阐述和使用小数，接着纳皮尔创制了对数，大大加快了计算速度。以后帕斯卡发明了加法机，莱布尼茨发明了乘法机，虽然未臻于实用，但开辟了机械计算的新途径。

17 世纪初，初等数学的主要科目（算术、代数、几何、三角）已基本形成，但数学的发展正是方兴未艾，它以加速的步伐迈入数学史的下一个阶段：变量

数学时期这一时期和前一时期

(常称为初等数学时期)的区别在于前一时期主要是用静止的方法研究客观世界的个别要素,而这一时期是用运动的观点探索事物变化和发展的过程。

变量数学以解析几何的建立为起点,接着是微积分学的勃兴。这一时期还出现了概率论和射影几何等新的领域。但似乎都被微积分的强大光辉掩盖了。分析学以汹涌澎湃之势向前发展,到18世纪达到了空前灿烂的程度,其内容的丰富,应用之广泛,使人目不暇接。

这一时期所建立的数学,大体上相当于现今大学一二年级的学习内容。为了与中学阶段的初等数学相区别有时也叫古典高等数学,这一时期也相应叫做古典高等数学时期。

解析几何的产生,一般以笛卡儿《几何学》的出版为标志。这本书的内容不仅仅是几何,也有很多代数的问题。它和现在的解析几何教科书有很大的差距,其中甚至看不到“笛卡儿坐标系”。但可贵的是它引入了革命性的思想,为开辟数学的新园地作出了贡献。

《几何学》的主要功绩,可以归结为三点:把过去对立着的两个研究对象“形”和“数”统一起来,引入了变量,用代数方法去解决古典的几何问题;最后抛弃了希腊人的齐性限制;改进了代数符号。

法国数学家费马也分享着解析几何创立的荣誉,他的发现在时间上可能早于笛卡儿,不过发表很晚。他是一个业余数学家,在数论、概率论、光学等方面均有重要贡献。他已得到微积分的要旨,曾提出求函数极大极小的方法。他建立了很多数论定理,其中“费马大定理”最有名,不过只是一个猜想,至今仍未得到证明。

对概率论的兴趣,本来是由保险事业的发展而产生的,但促使数学家去思考一些特殊的概率问题却来自赌博者的请求。费马、帕斯卡、惠更斯是概率论的早期创立者,以后经过18、19世纪拉普拉斯、泊松等人的研究,概率论成为应用广泛的庞大数学分支。

和解析几何同时,17世纪在几何领域内还发生了另一场重大的变革,这就是射影几何的建立。决定性的进步是德扎格和帕斯卡的工作。前者引入了无穷远点、无穷远线,讨论了极点与极线、透射、透视等问题,他所发现的“德扎格定理”是全部射影几何的基本定理。

帕斯卡1640年发表的《圆锥曲线论》,是自阿波罗尼奥斯以来圆锥曲线论的最大进步。可是当时的数学家大多致力于分析学的研究,射影几何没有受到重视,直到18世纪末才重新引起人们的注意。

17世纪是一个创作丰富的时期,而最辉煌的成就是微积分的发明。它的出现是整个数学史也是整个人类历史的一件大事。它从生产技术和理论科学的需要中产生,同时又回过头来深刻地影响着生产技术和自然科学的发展。微积分对于今天的科技工作者来说,已经象布帛菽粟一样,须臾不可离了。

微积分是经过长时间的酝酿才产生的。积分的思想,早在阿基米德时代已经萌芽,16、17世纪之交,开普勒、卡瓦列里、费马、沃利斯特别是巴罗等

人作了许多准备工作。作为微分学中心问题的切线问题的探讨，却是比较晚的事，因而微分学的起点远远落在积分学之后。

17世纪的著名数学家(主要是法国)如费马、笛卡儿、罗贝瓦尔、德扎格等人都曾卷入“切线问题”的论战中。笛卡儿和费马认为切线是当两个交点重合时的割线。而罗贝瓦尔则从运动的角度出发，将切线看作描画这曲线的运动在这点的方向，这观点至今在力学上还有实际意义。

牛顿、莱布尼茨的最大功劳是将两个貌似不相关的问题联系起来，一个是切线问题(微分学的中心问题)，一个是求积问题(积分学的中心问题)，建立起两者之间的桥梁，用微积分基本定理或者“牛顿—莱布尼茨公式”表达出来。

在牛顿1665年5月20日(格里历31日)手写的一页文件中，有微积分的最早记载，但他的工作长久没有人知道，直到1687年才用几何的形式摘记在他的名著《自然哲学的数学原理》中。牛顿建立微积分主要从运动学的观点出发，而莱布尼茨则是从几何学的角度去考虑。特别和巴罗的“微分三角形”有密切关系。

莱布尼茨第一篇微分学的文章1684年在《学艺》上发表，第一篇积分学的文章1686年在同一杂志发表。他所创设的符号远优于牛顿，故为后世所沿用。它的理论很快就得到洛必达、伯努利家族和欧拉等人的继承和发扬光大，到18世纪进入了一个丰收的时期。

任何一项重大发明，都不可能一开始便完整无瑕。17世纪的微积分带有严重的逻辑困难，以致受到多方面的非议。它的基础是极限论，而牛顿、莱布尼茨的极限观念是十分模糊的。究竟极限是什么，无穷小是什么，这在当时是带有根本性质的难题。尽管如此，微积分在实践方面的胜利，足以令人信服。大多数数学家暂时搁下逻辑基础不顾，勇往直前地去开拓这个新的园地。

17世纪数学发展的特点，可以概括如下。产生了几个影响很大的新领域，如解析几何、微积分、概率论、射影几何等。每一个领域都使古希腊人的成就相形见绌。

代数化的趋势，希腊数学的主体是几何学，代数的问题往往也要用几何方法去论证。17世纪的代数学比几何学占有更重要的位置，它冲破希腊人的框框，进一步向符号代数转化，几何问题常常反过来用代数方法去解决。

出现了大量新概念，如无理数、虚数、瞬时变化率、导数、积分等等，都不是经验事实的直接反映，而是由数学理论进一步抽象所产生。

数学和其他自然科学的联系更加紧密，实验科学(从伽利略开始)的兴起，促进数学的发展，而数学的成果又渗透到其他科学部门中去。许多数学家，如牛顿、莱布尼茨、笛卡儿、费马等，本身也都是天文学家、物理学家或哲学家。

数学知识广泛交流传播，希腊时代只有少数人在研究数学，直到16世纪，情况并无多大改变。17世纪研究人员大增，学术团体(学会或学院)相继成立，加上印刷业的兴旺发达，数学知识得到普遍的推广和应用。

总的来说，17世纪是许多新兴科目的始创阶段，而18世纪是充实和发扬阶段，19世纪是回顾、推广和改革阶段，并以崭新的姿态进入下一个世纪。