★秘密·2022年4月14日17：00前

重庆市2022年高考第二次诊断性检测

高三数学

【命题单位：重庆缙云教育联盟】

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座位号在答题卡上填写清楚；

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，在试卷上作答无效；

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回；

4. 全卷共6页，满分150分，考试时间120分钟。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若复数 z 满足 $\left|z-1+\sqrt{3}i\right|=3$，则 $|z|$ 的最大值为（　　）

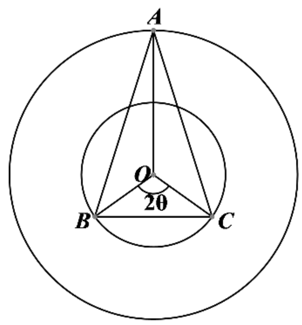
A．1　　B．2　　C．5　　D．6

2．已知函数 $f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-a\ln x$，则函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增的一个充分不必要条件是（　　）

A．$a<-\frac{4}{9}$　　B．$a\le-\frac{4}{9}$　　C．$a<\frac{2}{3}$　　D．$a\le\frac{2}{3}$

3．已知 $a=2^{-1.1}$，$b=\ln 3$，$c=\frac{1}{2}\log_2 3$，则（　　）

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$b<c<a$　　D．$b<a<c$



4．某单位科技活动纪念章的结构如图所示，O 是半径分别为 $1\text{cm}, 2\text{cm}$ 的两个同心圆的圆心，等腰三角形 ABC 的顶点A在外圆上，底边 BC 的两个端点都在内圆上，点 O,A 在直线 BC 的同侧．若线段 BC 与劣弧 $\overset{\frown}{BC}$ 所围成的弓形面积为 S_1，$\triangle OAB$ 与 $\triangle OAC$ 的面积之和为 S_2，设 $\angle BOC=2\theta$．经研究发现当 S_2-S_1 的值最大时，纪念章最美观，当纪念章最美观时，$\cos\theta=$（　　）

A．$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}-1$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

5．设直线系 $M: x\cos\theta+(y-2)\sin\theta=1$（$0\le\theta\le 2\pi$），则下列命题中是真命题的个数是（　　）

①存在一个圆与所有直线相交；

②存在一个圆与所有直线不相交；

③存在一个圆与所有直线相切；

④ M 中所有直线均经过一个定点；

⑤不存在定点 P 不在 M 中的任一条直线上；

⑥对于任意整数 $n\left(n\geq 3\right)$，存在正 n 边形，其所有边均在 M 中的直线上；

⑦ M 中的直线所能围成的正三角形面积都相等.

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

6．关于圆周率π，数学发展史上出现过许多很有创意的求法，如著名的浦丰实验和查理斯实验．受其启发，我们也可以通过设计下面的实验来估计 π 的值：先请全校 m 名同学每人随机写下一个都小于1的正实数对 $\left(x,y\right)$；再统计两数能与1构成钝角三角形三边的数对 $\left(x,y\right)$ 的个数 a；最后再根据统计数 a 估计 π 的值，那么可以估计 π 的值约为（　　）

A．$\dfrac{4a}{m}$　　B．$\dfrac{a+2}{m}$　　C．$\dfrac{a+2m}{m}$　　D．$\dfrac{4a+2m}{m}$

7．已知函数 $f(x)=|x+1|+|x-1|+2\cos x$，若函数 $g(x)=f(x)-a$ 恰有三个零点时，$m+n=a$（其中 m，n 为正实数），则 $\dfrac{7}{m+1}+\dfrac{28}{n+2}$ 的最小值为（　　）

A．9　　B．7　　C．$\dfrac{30}{7}$　　D．4

8．已知平面内一正三角形 ABC 的外接圆半径为4，在三角形 ABC 中心为圆心 $r\left(0<r\leq 1\right)$ 为半径的圆上有一个动 M，则 $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ 最大值为（　　）

A．13　　B．$\sqrt{89}$　　C．$5\sqrt{11}$　　D．$\sqrt{11}+6$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求的。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 2 分。

9．已知点 $P\left(x,y\right)$ 是圆 $C:(x-1)^2+y^2=4$ 上的任意一点，直线 $l:\left(1+m\right)x+\left(\sqrt{3}m-1\right)y+\sqrt{3}-3m=0$，则下列结论正确的是（　　）

A．直线 l 与圆 C 的位置关系只有相交和相切两种

B．圆 C 的圆心到直线 l 距离的最大值为 $\sqrt{2}$

C．点 P 到直线 $4x+3y+16=0$ 距离的最小值为 2

D．点 P 可能在圆 $x^2+y^2=1$ 上

10．设等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 前 n 项和为 S_n，公差 $d>0$，若 $S_9=S_{20}$，则下列结论中正确的有（　　）

A．$a_{15}=0$　　B．当 $n=15$ 时，S_n 取得最小值

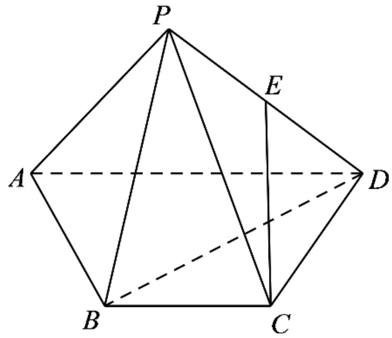
C. $a_{10}+a_{22}>0$　　D. 当$S_n>0$时，n的最小值为 29

11. 设F_1,F_2分别是双曲线$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左右焦点，过$F_2$作$x$轴的垂线与双曲线交于$A,B$两点，若$\triangle ABF_1$为正三角形，则（　　）

A. $b=\sqrt{2}$　　B. 双曲线的离心率$\sqrt{3}$

C. 双曲线的焦距为$2\sqrt{5}$　　D. $\triangle ABF_1$的面积为$4\sqrt{3}$

12. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为梯形，$AD//BC$，$\angle ABD=90°$，$AD=2BC$，$\triangle PAB$是边长为 1 的等边三角形，E为PD的中点，则（　　）



A. $AB\perp PD$

B. 直线AB与CE所成的角为 30°

C. $CE//$平面PAB

D. 线段CE的长度为$\frac{1}{2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $(x+\frac{1}{x^2})(mx-2)^5$的展开式中$x$的系数是$-27$，则$m=$__________.

14. 关于x的不等式$(x-1)^{9999}-2^{9999}\cdot x^{9999}\le x+1$，解集为__________.

15. 点M在$\triangle ABC$内部，满足$2\overline{MA}+3\overline{MB}+4\overline{MC}=\vec{0}$，则$S_{\triangle MAC}:S_{\triangle MAB}=$__________.

16. 定义函数$f(x)=[x[x]]$，其中[x]表示不超过x的最大整数，例如[1.3]=1，[-1.5]=-2，[2]=2，当$x\in[0,n)$时，$f(x)$的值域为An，记集合An中元素的个数为a_n，则$\frac{1}{a_2-1}+\frac{1}{a_3-1}+\frac{1}{a_4-1}+\cdots+\frac{1}{a_{2021}-1}$的值为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知$\triangle ABC$的外心为O，M,N为线段AB,AC上的两点，且O恰为MN中点.

(1)证明：$|AM|\cdot|MB|=|AN|\cdot|NC|$

(2)若$|AO|=\sqrt{3}$，$|OM|=1$，求$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}}$的最大值.

18. 已知数列$\{a_n\}$，满足$a_1=1$，$2a_na_{n+1}+3a_{n+1}=3a_n$；

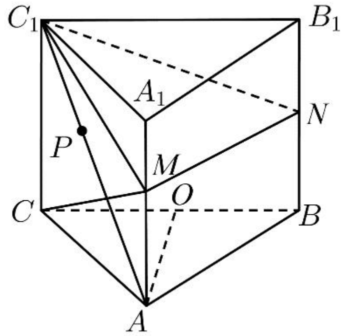
(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $c_n=(-1)^{n+1}\frac{1}{a_na_{n+1}}$，求 $\{C_n\}$ 的前 2n 项和 T_{2n}.

19．如图，已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，O，M，N 分别为线段 BC，AA_1，BB_1 的中点，P 为线段 AC_1 上的动点，$AA_1=16$，$AC=8$.

(1)若 $AO=\frac{1}{2}BC$，试证 $C_1N\perp CM$；

(2)在（1）的条件下，当 $AB=6$ 时，试确定动点 P 的位置，使线段 MP 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值最大.



20．规定抽球试验规则如下：盒子中初始装有白球和红球各一个，每次有放回的任取一个，连续取两次，将以上过程记为一轮．如果每一轮取到的两个球都是白球，则记该轮为成功，否则记为失败．在抽取过程中，如果某一轮成功，则停止；否则，在盒子中再放入一个红球，然后接着进行下一轮抽球，如此不断继续下去，直至成功.

(1)某人进行该抽球试验时，最多进行三轮，即使第三轮不成功，也停止抽球，记其进行抽球试验的轮次数为随机变量 X，求 X 的分布列和数学期望；

(2)为验证抽球试验成功的概率不超过 $\frac{1}{2}$，有 1000 名数学爱好者独立的进行该抽球试验，记 t 表示成功时抽球试验的轮次数，y 表示对应的人数，部分统计数据如下：

t	1	2	3	4	5
y	232	98	60	40	20

求y关于t的回归方程$\hat{y}=\dfrac{\hat{b}}{t}+\hat{a}$，并预测成功的总人数（精确到 1）；

(3)证明：$\dfrac{1}{2^2}+\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\dfrac{1}{3^2}+\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\dfrac{1}{4^2}+\cdots+\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)\dfrac{1}{(n+1)^2}<$

附：经验回归方程系数：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$；

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=1.46$，$\overline{x}=0.46$，$\overline{x}^2=0.212$（其中$x_i=\dfrac{1}{t_i}$，$\overline{x}=\dfrac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{5}x_i$）.

21．已知椭圆C的离心率$e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，长轴的左、右端点分别为$A_1(-2,0)$，$A_2(2,0)$

(1)求椭圆C的方程；

(2)设直线 $x=my+1$与椭圆C交于P，Q两点，直线A_1P与A_2Q交于点S，试问：当m变化时，点S是否恒在一条直线上？若是，请写出这条直线的方程，并证明你的结论；若不是，请说明理由.

22．已知函数 $f(x)=ax\ln x-2x$.

(1)若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值，求 $f(x)$ 的单调区间；

(2)若函数 $h(x)=\dfrac{f(x)}{x}-x^2+2$ 有 1 个零点，求 a 的取值范围.